

DOI: <https://doi.org/10.25689/NP.2023.4.299-318>

EDN WBRVCM

УДК 51-7:622.276

## К 100-летию основных аналитических формул кривых падения дебита

*Ручкин А.А.*

*ООО «Тюменский нефтяной научный центр», Тюмень, Россия*

## To the 100th anniversary of the main analytical formulas of the decline curves

*A.A. Ruchkin*

*LLC "Tyumen Petroleum Research Center", Tyumen, Russia*

**E-mail: [aaruchkin@tnnc.rosneft.ru](mailto:aaruchkin@tnnc.rosneft.ru)**

**Аннотация.** В статье приведены обзорные материалы по применению формул кривых падения дебита на истощении, многим из которых более 100 лет, но от этого они не потеряли свою актуальность.

Приведено сопоставление исторических и современных зависимостей, часть из которых, на самом деле, дают близкий результат. Показана история развития кривых падения дебита, особенности их применения и теоретического обоснования, тенденции и текущий статус, отражен практический пример.

Раскрыты истинные первооткрыватели современных формул, которые мы знаем за другим - более поздним авторством.

Материал будет полезен инженерам и исследователям многих компетенций.

**Ключевые слова:** кривые падения дебита, Лейбензон, Арпс, на истощении, CRM, Stretched Exponent, экспонента

**Для цитирования:** Ручкин А.А. К 100-летию основных аналитических формул кривых падения дебита // Нефтяная провинция.-2023.-№4(36).-С. 299-318. - DOI <https://doi.org/10.25689/NP.2023.4.299-318>. - EDN WBRVCM

**Abstract.** The article provides overview materials on the use of formulas for the decline curves analysis, many of which are more than 100 years old, but they have not lost their relevance.

A comparison of historical and modern dependencies is given, some of which, in fact, give a close result. The history of the development of the decline curves analysis, the features of their application and justification, a practical example, trends and current status are shown.

The true discoverers of modern formulas, which we know for another - later authorship, are revealed.

The material will be useful for engineers and researchers of many competencies.

**Key words:** decline curve analysis, Lejbenzon, Arps, depletion, CRM, Stretched Exponent, exponent

**For citation:** A.A. Ruchkin K 100-letiyu osnovnykh analiticheskikh formul krivykh padeniya debita [To the 100th anniversary of the main analytical formulas of the decline curves]. Neftyanaya Provintsiya, No. 4(36), 2023. pp. 299-318. DOI <https://doi.org/10.25689/NP.2023.4.299-318>. EDN WBRVCM (in Russian)

## Введение

Промышленная добыча нефти началась в 19 веке задолго до того, как было установлено, что фильтрация нефти в пласте подчиняется законам подземной гидравлики. Тем не менее, необходимо было с открытием каждого месторождения решать важные задачи, такие как: бурить ли новые скважины, вкладывать деньги в обустройство месторождения и строительство нефтепроводов. Эти и многие другие вопросы упирались в прогнозирование добычи скважин и их групп. При отсутствии в те годы теории подземной фильтрации прогноз делался на основании обобщения опыта работы ранее пробуренных скважин, графического изучения темпов падения на миллиметровой бумаге и подборе известных аппроксимирующих формул с использованием метода наименьших квадратов.

По мере развития подземной гидравлики в начале 20 века обоснование кривых падения дебита приобретает все большее физическое и математическое наполнение.

Преимуществами аналитических формул являются скорость расчетов, их физичность, практичность и простота, а значит прозрачность и доверие, хотя они и являются известным приближением реальных процессов.

В век нейронных сетей и численного моделирования инженер должен уметь проверять сложные расчеты, а для того ему нужны опорные и понятные формулы. Поэтому аналитические расчеты профилей добычи по известным экспоненциальным и гиперболическим зависимостям были и остаются основными для оперативного прогноза добычи.

Отметим, что в настоящей статье не обсуждаются характеристики вытеснения/обводнения, поскольку это является отдельной обширной темой. Статья посвящена работе скважин на истощении, количество которых и сегодня значительно, включая скважины в отработке перед переводом в ППД, в бажене и в других отложениях ТРИЗ. Также актуальны и во многом применимы подобные формулы для оценки динамики падения дебитов газа, как в низкопроницаемых, так и в традиционных коллекторах.

Изложение в статье носит хронологический порядок, начиная от истории вывода формул в первые десятилетия 20 века и заканчивая обзором текущих представлений по этому вопросу. В статье намеренно, но не умоляя заслуг известных исследователей, пропущен подробный анализ периода изучения этого вопроса во второй половине прошлого столетия, исключительно с целью обратить внимание читателя на то, что достаточное количество формул, авторство которых мы знаем из более современных источников, на самом деле, получены гораздо раньше и имеют в своей основе давно известные закономерности. А часть таких формул, имеющих на первый взгляд различия, могут быть преобразованы друг в друга и дают близкий результат.

Полезно отметить, что принципы и подходы к логике современных формул зародились весьма давно, но по-прежнему имеют высокую актуальность и сегодня.

## История вывода первых формул кривых падения дебита и их современные аналоги

Отметим, что источниками материала к настоящей статье стали электронные архивы старых номеров с сайта современного журнала «Нефтяное хозяйство», который ранее назывался «Нефтяное и сланцевое хозяйство» (англ. назв.: «Petroleum and Oil-Shale Industry»), что весьма символично, когда журнал столетней давности имел актуальнейшее для сегодняшних дней название. И, как оказалось, такое обращение к истории весьма полезно, и не только в разрезе обсуждаемой тематики. Для раскрытия темы так же были использованы статьи из библиотеки SPE и других источников научной части интернета.

Это позволило составить обобщающую таблицу 1 с наиболее распространёнными и применяемыми на протяжении последних 100 лет формулами кривых падения. Таблица построены по принципу хронологии от первого упоминания формулы, но в тоже время формулы сгруппированы по признаку схожести или семейства кривых. А при схожести или тождественности ранних и современных формул они соседствуют в таблице 1 и обсуждаются в сопоставлении. Так же в таблице отражены источники данных, авторы кривых падения, их названия и способы получения формул.

Для единообразия и простоты сопоставления переменные в уравнениях частично заменены на обозначения, общеупотребимые в настоящее время, что помогает понять суть физики кривых. Единое обозначение параметров и переменных в различных формулах не всегда означает их полное тождество, но помогает отразить принципы построения формул и логику их авторов.

При этом в табл. 1 используются следующие условные обозначения:

$q$ ,  $q_0$ ,  $q_{01}$ ,  $q_{02}$  - текущий дебит, начальный дебит (индекс 0) и его составляющие (индексы 01 и 02) в зависимости от среды и режима работы скважины.

$Q_0, Q$  - начальные извлекаемые запасы, накопленная добыча.

$D, D_1, D_2$  – коэффициенты падения: без индекса – общий, индекс 1 – начальный период, индекс 2 – более поздний период.

$t, n$  – время и показатель степени.

$r, b, a, \beta, \tau, K, c, p$  – параметры кривых, которые следует найти при настройке на фактические данные.

$C_t, V_p$  – полная сжимаемость среды, дренируемый поровый объем.

$J_\infty$  – коэффициент продуктивности на установившемся режиме.

$P_i, P_{wf}, \Delta P = P_i - P_{wf}$  - начальное пластовое давление на момент начала настройки, текущее забойное давление, разница между начальным пластовым давлением и текущим забойным.

Таблица 1

**Наиболее распространенные формулы кривых падения дебита**

№ формулы	Год первой публикации	Способы получения формул*	Авторы кривой (ФИО), [источник]	Формула дебита, название кривой	Семейство кривых
1	1908	Э	Arnold R., Anderson R. [2, 1908 г.], Lewis J.O., Beal C.H. [8, 1918 г.]	$q = q_0 r^t$ , Percentage-decline curve	Показательные (экспоненциальные)
2	1923	А	Лейбензон Л.С. [18]	$q = q_0 e^{-Dt}$ , Exponential	
	1923	Э	Larkey C.S. [7]		
	1944	А	Arps J.J. [3]		
3	1923	Э	Larkey C.S. [7]	$q = \frac{q_0}{t^n}$ , Production-decline curve	Гиперболические
4	1924	А	Лейбензон Л.С. [17]	$q = \frac{a}{(t+\beta)^n}$ , где $\frac{a}{\beta^n} = q_0$ , $\beta = 1/nD$ из формулы (5), Кривая истощения	
5	1944	А	Arps J.J. [3]	$q = \frac{q_0}{(1+bDt)^{1/b}}$ , Hyperbolic	
6	2004	А	Медведский Р.И. [19]	$q = \frac{q_0}{(1+\frac{q_0 t}{nQ_0})^{n+1}}$ , Универсальная	
7	1926	А	Косыгин А.И. [16]	$q = \frac{a}{(t+\beta)}$ , где $\frac{a}{\beta} = q_0$ , при этом $\beta = \frac{1}{D}$ из ф-	Гармонические

				лы (8)	
8	1944	A	Arps J.J. [3]	$q = \frac{q_0}{(1+Dt)}$ , Harmonic	
9	1928	Э	Tickell F.G. [12]	$q = q_{01}e^{-D_1t} - q_{02}e^{-D_2t}$ , Tickell	Учет режимов скважин и динамичности коэффициентов падения
10	2019	Э	Соколов С.В. и др. [20]	$q = q_{01}e^{-D_1t} + q_{02}e^{-D_2t}$ , Двойной среды	
11	1928	Э	Marsh H.N. [10]	$q_i = q_0 e^{-(D_1t + D_2t^2)}$ , Compound discount	
12	2008	A	Ilk D. [6]	$q = q_0 e^{-(D_1t + D_2t^n)}$ , Power Law Exponential	
13	2009	Э	Valco P. [14]	$q = q_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^n}$ , Stretched Exponent	
14	2010	A	Dong A. [5]	$q = q_0 t^{-n} e^{\left(\frac{a(t^{1-n}-1)}{1-n}\right)}$ , Dong	
15	2011	A	Clark A.J. [4]	$q = \frac{Kant^{n-1}}{(a+tn)^2}$ , Logistic Growth Model	
16	2014	A	Ali T. [1]	$q = [1 - p \ln(t)]$ $act^{ct^{-p-p-1}}$ , Ali	
17	2015	Э	Zhang H. [15]	$q_i = q_0 e^{-(D_1 + D_2 e^{-tn})t}$ , Extended Exponential Model	
18.1	2016	A	Pan Z. [11]	$q = J_\infty (P_i - P_{wf}) \left(1 + \frac{\beta}{J_\infty t^n}\right) e^{-\left(\frac{J_\infty t}{c_t V_p} + \frac{\beta}{(1-n)c_t V_p} t^{1-n}\right)}$ , Pan CRM	
18.2	2018	A	Maraggi R. [9]	При $n=1/2$ и $\Delta P = P_i - P_{wf}$ из формулы (18.1): $q = \Delta P \left(\frac{\beta}{\sqrt{t}} + J_\infty\right) e^{-\left(\frac{2\beta\sqrt{t} + J_\infty t}{c_t V_p}\right)}$ , Combined CRM model	

\* Способы получения формулы: А – аналитически, Э – эмпирически.

В табл. 2 дополнительно приведен ряд вспомогательных уравнений, например для определения извлекаемых запасов и добычи за время эксплуатации скважин, по тем зависимостям, где эти решения известны или их возможно вывести.

Таблица 2

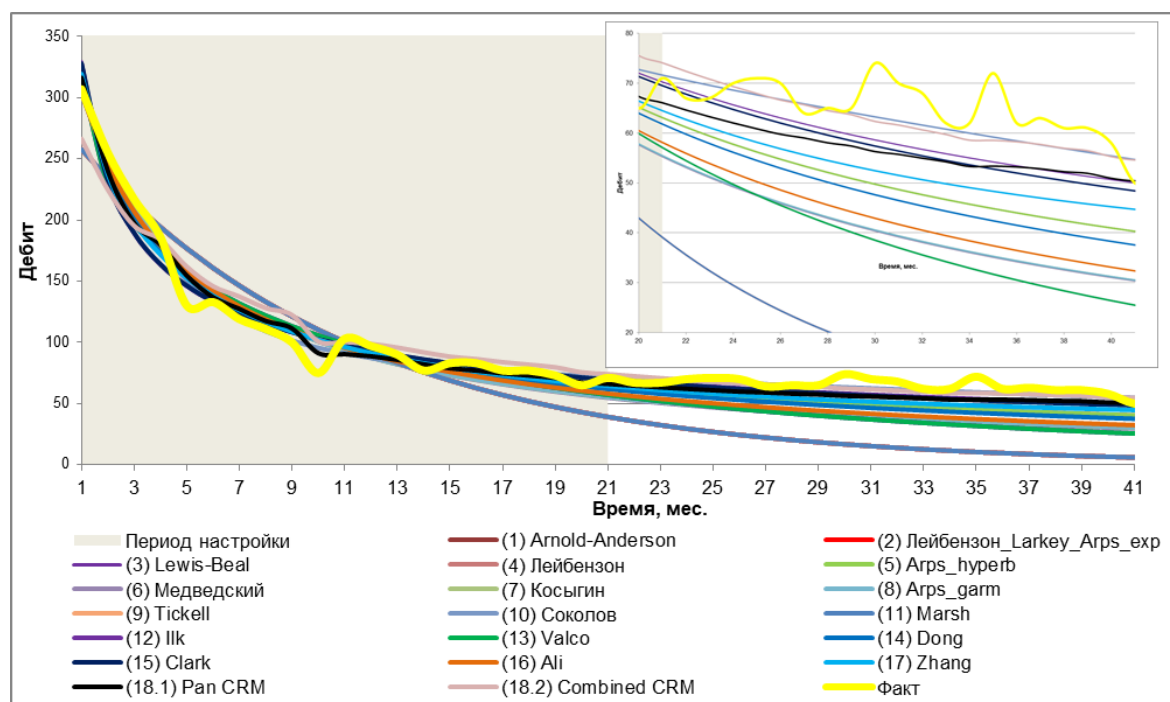
*Параметры накопленной добычи, определяемые по кривым падения*

№ формулы	Извлекаемые запасы	Накопленная добыча за время t
1	$Q_0 = \frac{q_0}{(1-r)}$ , при $r < 1$	
2	$Q_0 = \frac{q_0}{D}$	$Q = \frac{q_0}{D} (1 - e^{-Dt})$
3		$Q = q_0 \frac{t^{n-1}}{(1-n)}$
4	$Q_0 = \frac{a\beta^{1-n}}{(n-1)}$ , при $n > 1$	$Q = \frac{a}{(n-1)} [\beta^{1-n} - (t+\beta)^{1-n}]$
5	$Q_0 = \frac{q_0}{D(1-b)}$ , при $b < 1$	$Q = \frac{q_0}{(1-b)D} [1 - (1+bDt)^{1-1/b}]$
7	$Q_0 = a \ln\left(\frac{a}{\beta}\right)$	$Q = a \ln\left(1 + \frac{t}{\beta}\right)$
8	$Q_0 = \frac{q_0}{D} \ln(q_0)$	$Q = \frac{q_0}{D} \ln(1 + Dt)$
10	$Q_0 = \frac{q_{01}}{D_1} + \frac{q_{02}}{D_2}$	
13	$Q_0 = \frac{q_0 \tau}{n} \Gamma\left[\frac{1}{n}\right]$	$Q = \frac{q_0 \tau}{n} \left\{ \Gamma\left[\frac{1}{n}\right] - \Gamma\left[\frac{1}{n}, \left(\frac{t}{\tau}\right)^n \right] \right\}$
14		$Q = \frac{q_0}{a} e^{\left(\frac{a(t^{1-n}-1)}{1-n}\right)}$
15		$Q = \frac{Kt^n}{a+t^n}$
16		$Q = act^{ct-p}$

Для пояснений и примера на рис. 1 приведены графики настройки зависимостей из табл. 1. По объективным причинам часть кривых на графике затруднительно различить по причине их частичного совпадения, о чем в дальнейшем будет отмечено отдельно. Настройка кривых осуществлялась за период половины фактической истории на примере горизонтальной скважины с МГРП, пробуренной в тюменских отложениях с проницаемостью около 2-3 мД, когда скважина проработала около 40 месяцев без ППД. Такой подход к настройке кривых падения связан с практической задачей, когда по начальным месяцам работы необходимо оценить прогноз добычи скважин для достижения их окупаемости перед переводом в ППД.

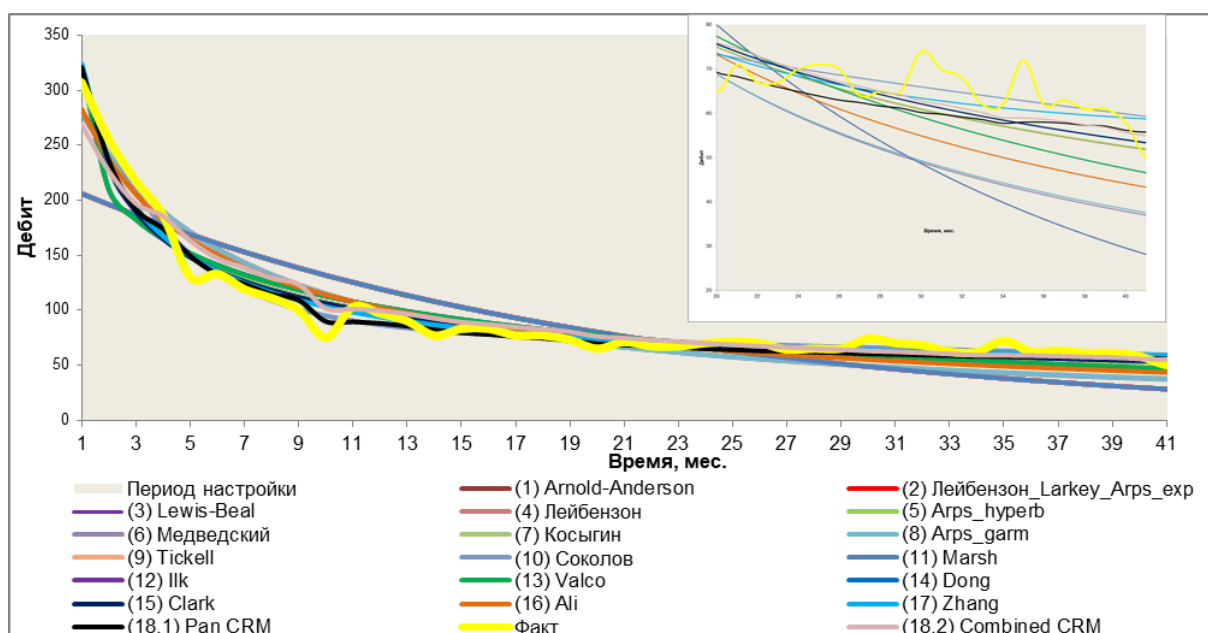
Поскольку горизонтальные скважины, в том числе и с МГРП, насчитывают несколько различных режимов работы, то сложность прогноза заключается в том, что в периоды перехода с режима на режим изменяется коэффициент продуктивности пласта, поэтому начальный период эксплуатации не всегда позволяет точно оценить дальнейшую динамику дебита.

Для сравнения на рис. 2 приведены кривые с настройкой на полную историю, когда скважина уже вышла на установившейся режим. Это позволяет понять возможности формул для достоверной оценки уже дальнейшего прогноза динамики остаточных запасов, и какие из кривых позволяют описать большинство режимов работы скважины. Видно, что на рис. 2 разброс кривых выражен менее значительно, чем на рис. 1, однако это не означает, что в другом случае, при других длительностях режимов скважин, те же кривые смогут точно описать динамику добычи.



**Рис. 1. Графики настройки зависимостей из табл. 1 на половине фактического периода работы. В скобках указан номер формулы.**

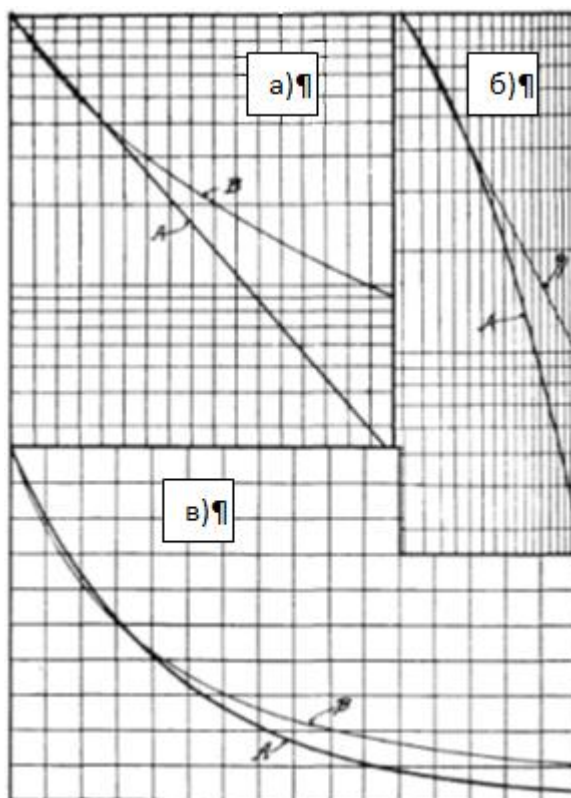




**Рис. 2. Графики настройки зависимостей из табл. 1 на полном периоде фактической работы. В скобках указан номер формулы.**

Интересным представляется более подробный анализ и история применения кривых падения, приведенных на рис. 1 и 2.

История применения зависимостей падения дебита от времени начинается с конца 19 века, однако доступные нам первые литературные источники датируются только 1908 г. [2]. Самым распространённым способом оценки и прогнозирования дебита тогда были построения графиков дебита или добычи на специальной полулогарифмической бумаге, реже на логарифмической бумаге, когда по оси ординат отражался дебит, а по оси абсцисс – время (Рис. 3). Из графической оценки многочисленных трендов инженерам тех лет стало понятно, что зависимости напоминают ряд известных показательных и гиперболических уравнений. Поэтому в работах Arnold и Anderson [2] (1908), Lewis и Beal [8] (1918) и Larkey C.S. [7] (1923) приводятся первые формулы таких зависимостей (1) и (2).



**Рис. 3. Графики зависимостей дебита от времени: а) на полулогарифмической бумаге, б) на логарифмической бумаге, в) на бумаге в равномерную клеточку**

Формула дебита в виде показательной функции (1), названная Percentage-decline curve, во многих случаях достаточно приемлемо описывала добычу из пластов, и было подмечено, что математически и графически показательное уравнение  $q_0 r^t$  (1) тождественно экспоненциальному -  $q_0 e^{-Dt}$  (2), тем более, что термин показательная функция дословно переводится на английский как экспоненциальная. Поэтому постепенно формула (2) как аналог (1) находит все большее распространение в зарубежной печати [7] (1923). Очевидно, что на рис. 1 и 2 графики формул (1) и (2) сливаются и неразличимы.

И если до 1923 г. формулы кривых падения определялись эмпирически по графикам, то в 1923 г. советский ученый Л.С. Лейбензон [18] (1923) впервые в мире теоретически вывел экспоненциальную формулу (2) «кривой эксплуатации» с точки зрения работы пласта на истощении при режи-

ме растворенного газа, опираясь на определение пластового давления из уравнения адиабатического процесса и закона Д`Арси. Здесь для интереса читателя отметим исторический факт, что ранее слово эксплуатация писалась через «о», а фамилия французского ученого - с апострофом. И только в 1944 г. формулу (2) повторно как частный случай формулы (5) аналитически вывел американский ученый Arps [3] (1944), но из других предпосылок. Сегодня эта формула носит название Exponential и наиболее известна в мире именно под авторством Arps и таким названием, хотя первенство обоснования известному исследователю в полной мере не принадлежит.

В 1923 г. Larkey [7] обобщая исследования Lewis и Beal [8] (1918) на большом материале статистики американских месторождений предложили гиперболическую формулу (3), которую определили графически. В развитие этого подхода в 1924 г. профессор Л.С. Лейбензон первым в истории теоретически вывел близкую и подобную формулу (4), основываясь так же, как и в формуле (2), на теорию режима растворенного газа и политропного процесса изменения давления.

Позднее, в 1944 г. Arps [3], изучая работы предыдущих американских исследователей, аналитически вывел близкую к формуле Лейбензона (4) свою гиперболическую формулу (5), известную под его авторством как Hyperbolic, частным случаем которой явились формулы (2) и (8). Но сравнивая формулы Лейбензона (4) и Arps (5):  $q = \frac{a}{(t+\beta)^n}$  (4) и  $q = \frac{q_0}{(1+bDt)^{1/b}}$  (5), можно заметить, что заменив  $\frac{1}{b} = n$  и поделив обе части дроби уравнения (5) на  $\left(\frac{D}{n}\right)^n$ , мы получим формулу (4), что и объясняет совпадение обеих кривых на графиках рис. 1 и 2, и, соответственно, идентичный результат расчетов. Преимуществом написания формулы (5) является более ясный физический смысл параметров, хотя в формуле (4) не представляет труда тоже выделить смысловую нагрузку параметров, как например:  $\frac{a}{\beta^n} =$

$q_0$ , а  $\beta = 1/nD$ , где правые части равенств приведены из формулы (5), что придает не меньшее понимание и практичность принятых параметров и переменных.

В 2004 г. Р.И. Медведский [19] на основании формулы (5) вывел свое похожее уравнение падения дебита (6), названное им Универсальным. В отличие от (5) здесь расшифрован смысл коэффициента падения  $D = \frac{q_0}{Q_0}$ . Следует отметить, что при тождественности обеих формул после простых преобразований, тем не менее графически они дают несколько различные кривые, что объясняется математическими анаморфозами при использовании различных методов поиска решения неизвестных коэффициентов, хотя в каких-то случаях мы можем получить и одинаковое решение по обоим формулам.

Историю гармонических кривых падения начинает формула (7) А.И. Косыгина [16], которую автор предложил в 1926 г. при упрощении формулы Лейбензона (4), для случая  $n=1$ . Аналогично в 1944 г. Arps из формулы (5) была получена формула (8), при  $b=1$ , именуемая в настоящее время у нас и в зарубежной литературе Harmonic. Формулы (7) и (8) легко преобразуются друг в друга, и, например, чтобы получить (7) из (8) достаточно обе части дроби (8) разделить на  $D$  и обозначить:  $\frac{a}{\beta} = q_0$  и  $\beta = \frac{1}{D}$ . Соответственно на рис. 1 и 2 эти кривые совпадают и визуально не различимы, с тем лишь различием, за кем, на самом деле, следует признать первенство в публикации подхода.

Очевидно, что еще в начале 20 века стало понятно, что не всегда достаточно одной или двух формул для описания всех режимов работы скважин. Так для учета интерференции скважин, когда уплотнение приводит к взаимовлиянию скважин и от этого к еще более резкому падению дебита, в 1928 г. Tickell [12] предложил использовать разницу двух экспонент с разделением коэффициента падения на режим до и после взаимо-

влияния (9), где экспонента с минусом отвечала за падение дебита после начала взаимовлияния.

Формула (9) не всегда позволяла получить приемлемые результаты, и в 2019 г. С.В. Соколов и др. [20] применил аналогичный подход в формуле (10), но в концепции учета падения дебита в результате совмещения режимов работы трещин ГРП и подключения матрицы пласта. Формула была обоснована применительно к горизонтальным скважинам с МГРП в низкопроницаемых пластах, но в отличие от (9), в (10) применена не разность, а сумма экспонент, каждая со своим коэффициентом падения и начальным дебитом. Наклон кривой падения меняется по мере все большего влияния работы матрицы пласта, по сравнению с влиянием убывающего коэффициента продуктивности трещин ГРП. Условно эта формула именуется «Двойной среды».

Перманентная необходимость учета различных режимов работы скважины привела исследователей начала 20 века к мысли несколько по иному учесть динамику коэффициентов падения, и в 1928 г. Marsh в [10] предложил эмпирическую формулу (11) с разделением коэффициента падения в показателе экспоненты.

Подобный подход применили исследователи и в начале 21 века при оценки дебитов сланцев и подобных нетрадиционных коллекторов, в результате чего в 2008 г. Илк [6] аналитически вывел формулу (12), похожую на (11), где коэффициент падения, относящийся к установившемуся режиму, представлен как  $D_2 t^n$ , в отличие от формулы (11), где коэффициент падения обозначен как  $D_2 t^2$ . Очевидно, что в большинстве случаев эти формулы дают различающиеся формы кривых, но физический смысл их одинаков.

### Текущее состояние дел

По мере развития технологий и выхода на все более низко и сверх низкопроницаемые нетрадиционные нефтяные коллектора, где ППД водой либо невозможно, либо малоэффективно, режим истощения становится единственно экономически приемлемым. Такое положение складывается не только по нефтяным, но и по газовым скважинам в сланцах и в подобных трудноизвлекаемых запасах. Горизонтальные скважины с МГРП в таких коллекторах имеют до четырех режимов работы. И очень часто не установившийся режим длится в таких скважинах настолько долго, что классические формулы Arps не позволяют приемлемо описать дебит.

В этой связи развиваются подходы комбинированного применения кривых падения - Robertson [12] (1988), когда различные кривые описывали отдельные периоды работы скважины, и к каждому периоду применяется своя формула. Однако такой подход позволяет описать фактическую кривую, в случае выхода скважины на установившейся режим, но выполнить приемлемый прогноз по только начальному этапу работы скважин это не позволяло.

Потому все больше применяются формулы с динамическим коэффициентом падения, но в каждой из таких формул «переключатель» режимов настроен на различное время, которое не всегда совпадает с фактическим. Из-за чего настройка на начальный период работы скважины не означает точности прогноза. Тем не менее, с различным успехом предложены формулы (13-17), каждая из которых исходит из эмпирических предпосылок изменения коэффициента падения по тем или иным законам. Эти предположения, часть из которых выведены аналитически, а часть из упрощений, позволили улучшить настройку и прогноз добычи, в том числе путем группировки типовых скважин в похожих коллекторах. Частично это позволило найти границы применения формул и скорректировать их при необходимости.

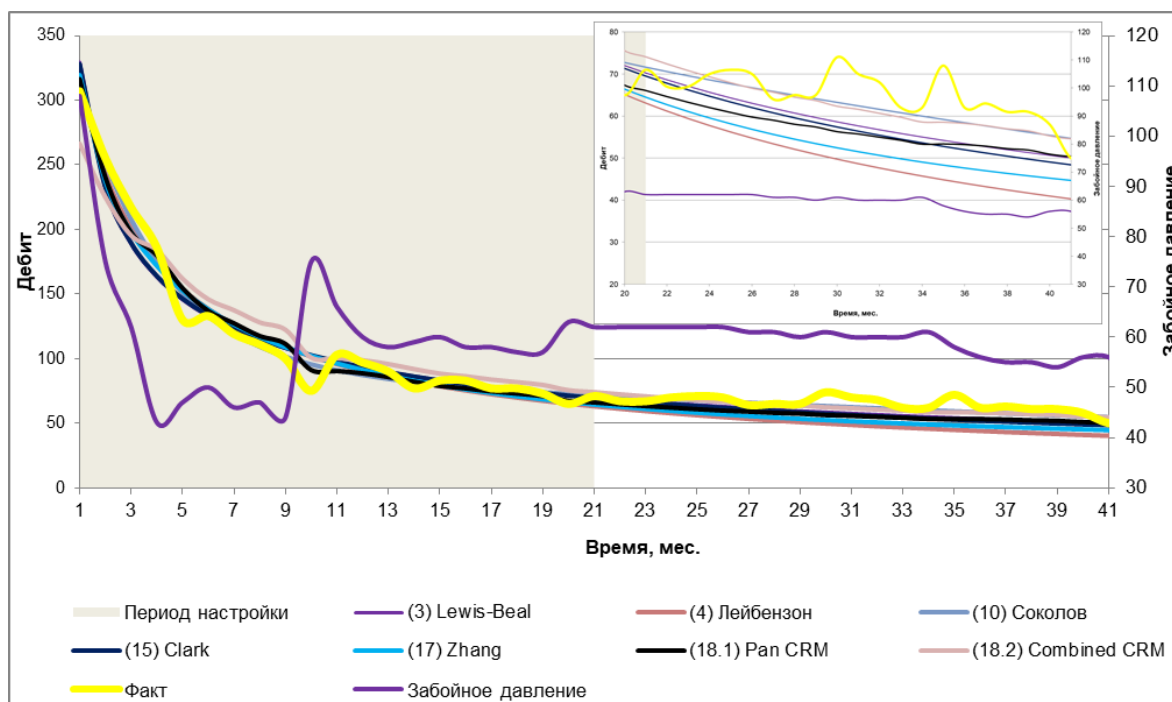
Следует отметить, что несмотря на разнообразие формул, которое не ограничивается табл. 1, у них есть один общий недостаток, заключающийся в не учете депрессии или забойного давления в процессе эксплуатации. Такие показатели, наряду с уменьшающимся коэффициентом продуктивности по причине вырождения трещин ГРП, могут существенно влиять на динамику эксплуатации. Фактически, без учета забойного давления, в формулах (1-17) учитывается только изменение дебита от изменения пластового давления и контура питания.

Поэтому в дальнейшем стали развиваться методы и уравнения дополнительного учета забойного давления и динамичности коэффициента продуктивности (что по аналогии может подразумевать изменение коэффициента падения). Так в 2016 г. Рап [11] предложил формулу (18.1), разработанную на основе модели материального баланса CRM (capacitance resistance model), которая все больше используется для сопровождения разработки [21]. В (18.1) заложен тренд изменения коэффициента продуктивности, полученный из ГДМ, как  $J = J_{\infty} \approx + \frac{\beta}{t^n}$ , что подразумевает уменьшение коэффициента продуктивности до установившегося с течением времени. Преимуществом формулы (18.1) является то, что для учета депрессии задается изменение забойного давления, как это сделано в классической основной формуле CRM.

Часто, но не всегда, показатель степени  $n$  формулы (18.1) был близок к  $n \approx \frac{1}{2}$ , поэтому Maraggi [9] (2018) несколько упростил исходное уравнение (18.1) до (18.2).

Интересным представляется сравнение «лучших» по настройке формул из рис. 1 и табл. 1, которое представлено на рис. 4. Напомним, что на рис. 1 настройка выполнена на половине истории, но тем не менее оказалось, что ряд формул позволяют вполне приемлемо повторить динамику

и на прогнозные 20 месяцев. Видно, что часть кривых точнее описывает начало истории, а часть – прогноз.

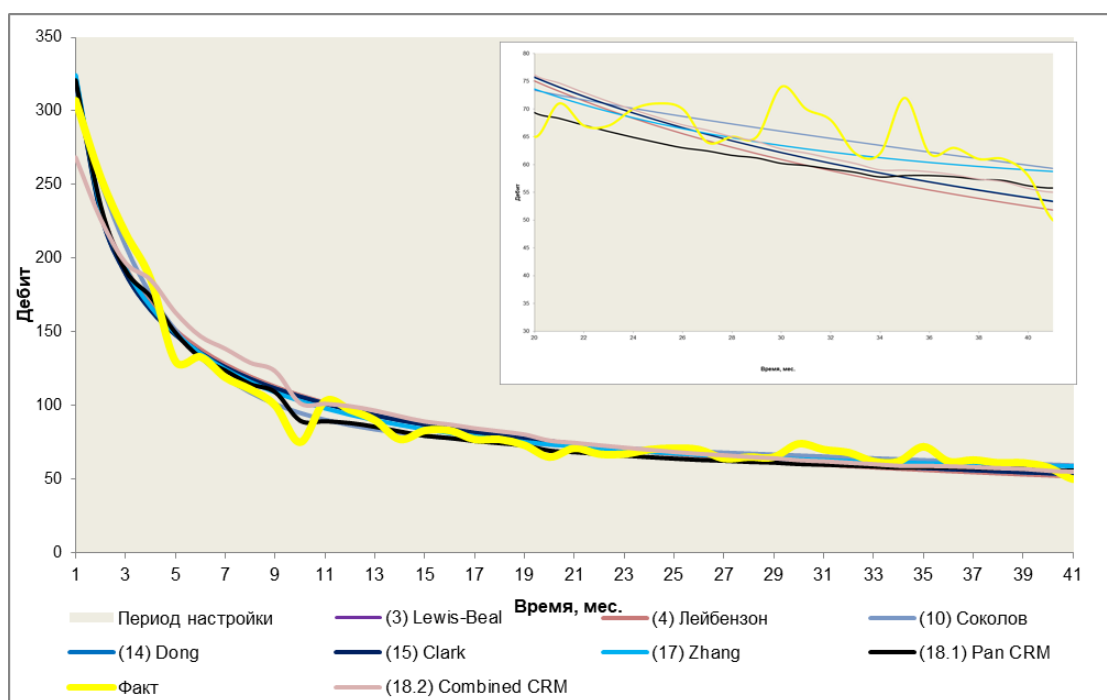


**Рис. 4. Графики зависимостей с наименьшими ошибками на прогноз при настройке на половине истории. В скобках указан номер формулы.**

При этом из всех обсуждаемых наименьшей ошибкой процесс описывают семь кривых (3, 4, 10, 15, 17, 18.1 и 18.2). Использование формулы (18.1) и (18.2) позволяет учесть изменение забойного давления, когда происходят значительные его колебания, в отличие от уравнений без учета давления.

Для оценки возможностей формул на рис. 5 приведены результаты настройки на весь интервал истории для формул, дающих наименьшую ошибку. При этом часть зависимостей на рис. 5 повторяются из рис. 4, хотя, очевидно, что для других условий пластов, заканчивания скважин, иного изменения забойного давления, интерференции стволов и в случае других особенностей выбор кривых может быть иным.





**Рис. 5. Графики зависимостей с наименьшими ошибками на прогноз на прогноз при настройке на полной истории. В скобках указан номер формулы.**

Интересным отметим тот факт, что установленная не позднее 1918 г. зависимость (3) и формула Лейбензона (4) от 1924 г. так же позволяют описывать динамику дебита, но уже современных скважин.

### Основные выводы

Более чем столетняя история развития и вывода кривых падения дебита показывает, что многие формулы известны нашим современникам не по именам их первых авторов, а виды их написания не означают разницы в результатах расчетов по ним.

Исторические формулы по прежнему не теряют свою актуальность, поскольку отражают статистические и физические закономерности пластовых процессов, протекающих при добыче нефти.

Автор надеется, что приведенные в статье обещающие материалы, практические примеры и некоторые обоснования формул помогут исследователям и инженерам в их будущей работе.

### Список литературы

1. Ali. T., Sheng J., Soliman M. New Production-Decline Models for Fractured Tight and Shale Reservoirs // SPE 169537. 2014.
2. Arnold R., Anderson R. Preliminary Report on Coalinga Oil District // US. Geol. Survey Bull. №357. 1908.
3. Arps J.J. Analysis of Decline Curves // SPE 945228. 1944.
4. Clark A.J., Lake L.W., Patzek T.W. Production Forecasting with Logistic Growth Model// SPE 144790. 2011.
5. Dong A. An Unconventional Rate Decline Approach for Tight and Fracture-Dominate Gas Well// SPE 137748. 2010.
6. Ilk D. Rushing J., Perego A., Blasingame T. Exponential vs. Hyperbolic Decline in Tight Gas Sands // SPE 116731. 2008.
7. Larkey Ch.S. О вычислении кривых производительности нефтяных скважин // Min. & Met. Июль 1923 с. 341-344.
8. Lewis J.O., Beal C.H. Some New Methods for Estimating the Future Production of Oil Wells // Trans. A.I.M.E. Bulletin №134. Washington. 1918.
9. Maraggi R. Mechanistic and Probabilistic Rate-Time Analysis of Unconventional Reservoirs // Thesis Master of Science in Engineering. The University of Texas at Austin. 2018.
10. Marsh H.N. New Method of Appraising Results Production Control of Wells // Natl. Petro News. №24. 1928.
11. Pan Z. Revised Productivity Index Equation to Improve Transient History Match for the Capacitance Resistance Model // Thesis Master of Science in Engineering. The University of Texas at Austin. 2016.
12. Robertson S. Generalized Hyperbolic Equation // SPE 18731. 1988.
13. Tickell F.G. Capillary Phenomena as Related to Oil Production // Stanford university, Calif. Tulsa Meeting, October. 1928.
14. Valco P.P. Assigning Value to Simulation in the Barnett Shale// SPE 119369. 2009.
15. Zhang H., Cocco M., Rietz D., Cagle A., Lee J. An Empirical Exponent Decline Curve for Shale Reservoirs // SPE 175016. 2015.
16. Косыгин А.И. Приближенное аналитическое выражение для кривых падения дебита нефтяных скважин// Нефтяное и сланцевое хозяйство. №3. 1926.
17. Лейбензон Л.С. О кривых эксплуатации нефтяных скважин в связи с подземными условиями нефтяных месторождений // Нефтяное и сланцевое хозяйство. №1. 1924.
18. Лейбензон Л.С. О режиме нефтяных скважин т подсчете запасов нефтяных месторождений // Нефтяное и сланцевое хозяйство. №3. 1923.
19. Медведский Р.И., Севастьянов А.А. Оценка извлекаемых запасов нефти и прогноз уровней добычи по промысловым данным // Москва. Недра. 2004. 192 с.
20. Смирнов Д.С., Соколов С.В., Ланина О.В., Савченко И.В. Оценка оптимального количества стадий ГРП при разбуривании горизонтальными скважинами западной части пласта АВ1(1-2) Самотлорского месторождения // Нефтяная провинция. №4. 2019. с. 248-259.
21. Степанов С.В., Бекман А.Д., Ручкин А.А. Пospelova T.A. Сопровождение разработки нефтяных месторождений с использованием моделей CRM – Тюмень: ИПЦ «Экспресс», 2021 - 300 с.

### References

1. Ali. T., Sheng J., Soliman M. New Production-Decline Models for Fractured Tight and Shale Reservoirs // SPE 169537. 2014. (in English)

2. Arnold R., Anderson R. Preliminary Report on Coalinga Oil District // US. Geol. Survey Bull. №357. 1908. (in English)
3. Arps J.J. Analysis of Decline Curves // SPE 945228. 1944. (in English)
4. Clark A.J., Lake L.W., Patzek T.W. Production Forecasting with Logistic Growth Model// SPE 144790. 2011. (in English)
5. Dong A. An Unconventional Rate Decline Approach for Tight and Fracture-Dominate Gas Well// SPE 137748. 2010. (in English)
6. Ilk D. Rushing J., Perego A., Blasingame T. Exponential vs. Hyperbolic Decline in Tight Gas Sands // SPE 116731. 2008. (in English)
7. Larkey Ch. S. О вычислении кривых производительности нефтяных скважин // *Min. & Met.* Июль 1923 с. 341-344. (in English)
8. Lewis J.O., Beal C.H. Some New Methods for Estimating the Future Production of Oil Wells // *Trans. A.I.M.E. Bulletin* №134. Washington. 1918. (in English)
9. Maraggi R. Mechanistic and Probabilistic Rate-Time Analysis of Unconventional Reservoirs // Thesis Master of Science in Engineering. The University of Texas at Austin. 2018. (in English)
10. Marsh H.N. New Method of Appraising Results Production Control of Wells // *Natl. Petro News.* №24. 1928. (in English)
11. Pan Z. Revised Productivity Index Equation to Improve Transient History Match for the Capacitance Resistance Model // Thesis Master of Science in Engineering. The University of Texas at Austin. 2016. (in English)
12. Robertson S. Generalized Hyperbolic Equation // SPE 18731. 1988. (in English)
13. Tickell F.G. Capillary Phenomena as Related to Oil Production // Stanford university, Calif. Tulsa Meeting, October. 1928. (in English)
14. Valco P.P. Assigning Value to Simulation in the Barnett Shale// SPE 119369. 2009. (in English)
15. Zhang H., Cocco M., Rietz D., Cagle A., Lee J. An Empirical Exponent Decline Curve for Shale Reservoirs // SPE 175016. 2015. (in English).
16. Kosygin A.I. Priblizhennoe analiticheskoe vyrazhenie dlya krivyh padeniya debita neftyanyh skvazhin// *Neftyanoe i slancevoe hozyajstvo. [Oil Industry].* №3. 1926. (in Russian)
17. Lejbenzon L.S. О krivyh eksploatacii neftyanyh skvazhin v svyazi s podzemnymi usloviyami neftyanyh mestorozhdenij // *Neftyanoe i slancevoe hozyajstvo. [Oil Industry].* №1. 1924. (in Russian)
18. Lejbenzon L.S. О rezhime neftyanyh skvazhin t podschete zapasov neftyanyh mestorozhdenij // *Neftyanoe i slancevoe hozyajstvo. [Oil Industry].* №3. 1923. (in Russian)
19. Medvedskij R.I., Sevast'yanov A.A. Ocenka izvlekaemyh zapasov nefti i prognoz urovnej dobychi po promyslovym dannym // *Moskva. Nedra.* 2004. 192 p. (in Russian).
20. Smirnov D.S., Sokolov S.V. i dr. Ocenka optimal'nogo kolichestva stadij GRP pri razburivanii gorizonta'nymi skvazhinami zapadnoj chasti plasta AV1(1-2) Samotlorskogo mestorozhdeniya // *Neftyanaya provinciya.* №4. 2019. p. 248-259 (in Russian).
21. Stepanov S.V., Bekman A.D., Ruchkin A.A. Pospelova T.A. Soprovozhdenie razrabotki neftyanyh mestorozhdenij s ispol'zovaniem modelej CRM – Tyumen': IPC «Ekspress», 2021 - 300 p. (in Russian).

#### **Сведения об авторах**

*Ручкин Александр Альфредович*, кандидат технических наук, старший эксперт, ООО «Тюменский нефтяной научный центр»  
SPIN-код: 6266-6413

AuthorID: 424284

Россия, 625002, Тюмень, ул. Осипенко, 79/1

E-mail: aaruchkin@tnnc.rosneft.ru

### **Authors**

*A.A. Ruchkin*, PhD Candidate, senior expert, Tyumen Petroleum Research Center LLC

SPIN- code: 6266-6413

AuthorID: 424284

79/1, Osipenko st., Tyumen, 625002, Russian Federation

E-mail: aaruchkin@tnnc.rosneft.ru

*Статья поступила в редакцию 25.09.2023*

*Принята к публикации 20.12.2023*

*Опубликована 30.12.2023*